



Guía Conceptual de Matemática

Tema: Polinomios.

(Extracto) Montoya

POLINOMIOS

1.- Dividir $(x^2 + 2x + 3)$ por $(2x^2 - 3x + 1)$ indicando el cociente y resto.

$$\text{Sol: cociente: } \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right), \text{ resto: } \left(\frac{15}{4}x + \frac{9}{4}\right)$$

2.- Indique cuántas raíces positivas a lo más tiene el siguiente polinomio sin resolver $p(x) = 0$

a) $p(x) = 2x^8 + 3x^7 - x^3 + 6x + 1$ Sol: 2 positivas a lo más
b) $p(x) = 2x^5 + 3x^3 + 2x^2 + 1$ Sol: no tiene

3.- Indique cuántas raíces negativas a lo más tiene el siguiente polinomio sin resolver $p(x) = 0$

a) $p(x) = 2x^8 - 3x^7 + x^3 - 6x$ Sol: 4 negativas a lo más
b) $p(x) = x^9 + 2x^7 + x^5 - 2x^4 + x^3 + 4x^2 + 6x - 5$ Sol: no tiene

4.- Indique cuántas raíces reales tiene el siguiente polinomio sin resolver $p(x) = 0$

a) $p(x) = x^8 + 3x^6 + x^4 + 7$ Sol: no tiene
b) $p(x) = x^7 + 2x^5 + 4x^3 + x$ Sol: 1 ($x=0$)

5.- Encontrar el cociente y el resto cuando el polinomio $3x^3 - 4x + 2$ es dividido por $x + 3$ usando división sintética.

$$\text{Sol: cociente: } = 3x^2 - 9x + 23 \\ \text{resto: } = -67$$

6.- En cada una de las siguientes ecuaciones compruebe, por división sintética, que el valor indicado para x_1 es raíz de la ecuación y determine las otras raíces reales si existen:

a) $4x^3 + 3x^2 - 5x - 2 = 0$; $x_1 = 1$ Sol: $\frac{-7 \pm \sqrt{17}}{8}$
b) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$; $x_1 = -2$ Sol: 1 y 3
c) $2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0$; $x_1 = 2$ Sol: $\frac{1}{2}$ y 3
d) $x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0$; $x_1 = 3$ Sol: $2 \pm \sqrt{3}$
e) $x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 0$; $x_1 = -1$ Sol: $-1 \pm \sqrt{5}$
f) $x^3 - 7x^2 + 12x - 10 = 0$; $x_1 = 5$ Sol: no existen

7.- ¿Para qué valores de a y b el polinomio $3x^2 + bx - b^2 - a$ es divisible por $x + 2$, pero al dividirlo por $x - 1$ da resto 1? Sol: $b = \frac{10}{3}$; $a = \frac{52}{9}$

8.- Sabiendo que $x_1 = \frac{1}{2}$ y $x_2 = -\frac{1}{2}$ son raíces de la ecuación $4x^4 + ax^3 + bx^2 + 5x - 4 = 0$ determinar sus otras raíces.

$$\text{Sol: } x_3 = 1, \quad x_4 = 4$$

9.- Sea $p(x) = 2x^5 + 10x^4 - 14x^3 - bx^2 + ax$. Si $p(1) = p(-5) = 0$ escribir $p(x)$ como producto de factores de primer grado.

$$\text{Sol: } p(x) = 2x(x-1)(x-2)(x+3)(x+5)$$

10.- Resuelva la ecuación: $(9x^2 + 3 + 12x)^2 + 1 = -18x^2 - 24 - 6$

$$\text{Sol: } x = -\frac{2}{3} \text{ es raíz de multiplicidad cuatro}$$

11.- Determine los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el polinomio $p(x) = 2k^2x^3 + 3kx^2 - 2$ es divisible por $x - 1$ y tiene sólo ceros reales.

$$\text{Sol: } k = \frac{1}{2}$$

12.- De la ecuación $x^4 - x^3 - 15x^2 + 19x - 4 = 0$; determinar las raíces reales.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 - \sqrt{3} \\ x_2 &= 2 + \sqrt{3} \\ \text{Sol: } x_3 &= -4 \\ x_4 &= 1 \end{aligned}$$

13.- Sea $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ con $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ tal que:

- i. $p(0) = 2b$
- ii. Al dividir $p(x)$ por $x+1$ se tiene resto igual a $4a + c$
- iii. $\sqrt{2}$ es un cero de $p(x)$

Resuelva $p(x) = 0$

$$\text{Sol: } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}, x_3 = 1$$

14.- Encuentre todas las raíces racionales de $p(x) = (2-x)^5 + (x-1)^5 - 1$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 2$$

15.- Determine para qué valores reales de k las raíces de la ecuación $(k-3)x^2 - 2kx + 6k = 0$

a) Son reales. $\left[0, \frac{18}{5}\right] - \{-3\}$

b) Son reales positivas. $\text{Sol: } \left]3, \frac{18}{5}\right[$

c) Son reales negativas. $\text{Sol: }]0, 3[$

d) Son complejas. $\text{Sol: }]0, \frac{18}{5}[$